

POMEN MATEMATIČNIH MODELOV PRI ZAŠČITI PRED NESREČAMI

Rudi Rajar*, Matjaž Četina**

UDK 551.501:627/628

Na področju varstva pred naravnimi nesrečami, še posebej pri obrambi pred poplavami in zaščiti voda ob morebitnih razlitjih nevarnih ali okolju škodljivih snovi, so lahko matematični modeli močno in koristno orodje. Sestavljeni so iz hidrodinamičnega, transportno-disperzijskega in biokemičnega dela, ki skupaj tvorijo t. i. ekološke modele. V prispevku so prikazani primeri izračunov cirkulacije in širjenja hraniv v Bohinjskem jezeru, poplavnih tokov v ožini Idrije pod Bačo pri Modreju, valov, ki bi nastali ob morebitni porušitvi pregrade Božna in HE Učja, širjenja hraniv reke Pad v severnem Jadranu ter razlitja nafte v Tržaškem zalivu. Nadaljnji razvoj matematičnih modelov gre v smeri povezovanja z geografskimi informacijskimi sistemi (GIS) tako pri zajemanju baze podatkov kot tudi pri prikazu rezultatov in njihovi nadaljnji obdelavi.

Uporabnost modelov

Matematično modeliranje se uporablja praktično na vseh področjih znanosti: v ladjedelništvu in letalstvu (simuliranje upora in iskanje optimalnih oblik), meteorologiji (simuliranje vremenskih pojavov predvsem zaradi točnejših napovedi vremena), v agronomiji (modeliranje pronicanja hraniv v podtalnico ali odtekanje v površinske vode itd.) pa tudi v medicini, kemiji, strojništvu itd. Omejili se bomo na področje hidrotehnike, poudarek pa bo na uporabi modelov pri zaščiti pred naravnimi nesrečami.

Tudi na tem področju so možnosti uporabe zelo široke. Modeli lahko *vnajprej napovedo* dogajanje ob nekaterih pomembnih nesrečah, kar je seveda izredno pomembno tako pri vnaprejšnji pripravi zaščite kot tudi pri organiziranju obrambe v primeru resnične nesreče. Po eni strani gre za *obrambo pred vodo*, npr. napoved obsega poplavljenih območij pri naravnih visokih vodah ali pri morebitni porušitvi pregrad. Po drugi strani pa gre tudi za *zaščito voda*, saj tudi velika onesnaževanja (npr. z nafto, nevarnimi kemikalijami ali z drugimi polutanti) lahko povzročijo ekološke katastrofe. Primeri uporabe v svetu in pri nas so podrobneje opisani v posebnem poglavju.

Velika uporabnost matematičnih modelov na vseh področjih se kaže tudi v tem, da je na mnogih mednarodnih kongresih ta matematika vključena kot posebna točka programa, zelo veliko pa je tudi kongresov, ki so namenjeni izključno modeliranju.

Kaj so matematični modeli?

Skušajmo podati kratko splošno definicijo tega pojma.

Matematični modeli so skoraj vedno računalniški programi, s katerimi ponazarjamo (simuliramo) razne pojave v naravi. Računalniški program sestavljajo trije deli: v prvem delu vanj vnesemo vse podatke o obliki (topografiji) območja, o vzrokih, ki povzročajo pojav, in o nekaterih fizikalnih konstantah; drugi del programa sestavlja enačbe, ki določeno pojav opisujejo, in matematične metode, s katerimi te enačbe

rešujemo; v tretjem delu programa računalnik poda rezultate izračuna, največkrat v grafični obliki. V zadnjem obdobju postajajo modeli že tako popolni, računalniška oprema pa tako zmogljiva, da se rezultati često podajajo s t. i. animacijo, to je s filmom, prikazanim neposredno na računalniku ali pa prenešenim na video trak. Tak film prikaže fizikalni pojav skoraj v enaki obliki, kot bi ga lahko opazovali v naravi ali pa na fizičnem (hidravličnem) modelu. To je eden od vzrokov za izraz "matematični model".

Poglejmo to na primeru. Recimo, da je naša naloga izračunati širjenje polutantov, ki bi se izlili v Bohinjsko jezero iz kampa pod Ukancem. Prvi del naloge je vnesti v računalnik obliko oziroma topografijo jezera. To naredimo tako, da jezero v tlorisu razdelimo na pravokotno mrežo celic (v konkretni nalogi smo ga razdelili na 60×24 celic, glej sliko 1 a), v vsaki celici pa podamo globino. Vzroki, ki pojav povzročajo, so v tem primeru *dotoki v jezero*, to je Savica in nekaj manjših pritokov in iztok vode iz njega (vsak je v modelu podan z lokacijo in pretokom), *vetar*, ki s strižno napetostjo na gladini potegne površinski sloj vode s seboj (podan je z jakostjo in smerjo), ter *dotok polutanta*, ki v jezero doteka na določenem mestu.

V drugem delu modela so vgrajene enačbe, ki opisujejo gibanje vode, širjenje polutanta in (eventualno tudi) nekatere biokemične reakcije. Rezultati se podajo grafično z vektorji hitrosti (sliki 1 a in 1 b), ki prikazujejo cirkulacijo vode, in z linijami enake koncentracije polutanta ob določenem času (sliki 1 c in 1 d).

Klasifikacija modelov

Dimenzije modelov

Glede na način, kako zajamemo prostor, v katerem simuliramo pojav, ločimo nič-

dimenzijske, eno-, dvo- in trodimenzijske modele. Ničdimenzijski modeli so tisti, kjer aproksimiramo prostor, npr. jezero, kot eno samo posodo, v kateri so vse lastnosti popolnoma premešane in se računa samo, kako se te lastnosti spreminjajo s časom zaradi vplivov različnega dotoka ali iztoka in procesov v jezeru.

Pri enodimenzijskih (1D) modelih aproksimiramo odsek z več celicami vzdolž ene smeri, tako lahko npr. simuliramo dogajanja v reki vzdolž toka. Podobno se včasih z 1D modelom aproksimira jezero po globini.

Pri dvodimenzijskih (2D) modelih razdelimo področje na mrežo celic v ravnini, navadno v tlorisu. Tak je primer simuliranja toka v reki Idriji pri Bači (slika 2).

Najbolj popolni v tem smislu so trodimenzijski (3D) modeli, saj tu pojav res obravnavamo prostorsko. Prostor razdelimo na celice (kontrolne volumne) tako v tlorisu kot tudi po globini. Na sliki 1 a iz razporeditve vektorjev hitrosti vidimo razdelitev Bohinjskega jezera v tlorisu, po globini pa je bilo jezero razdeljeno še na 16 slojev (slika 1 b), tako da je bilo jezero opisano s skupno $60 \times 24 \times 16 = 23\,040$ celicami.

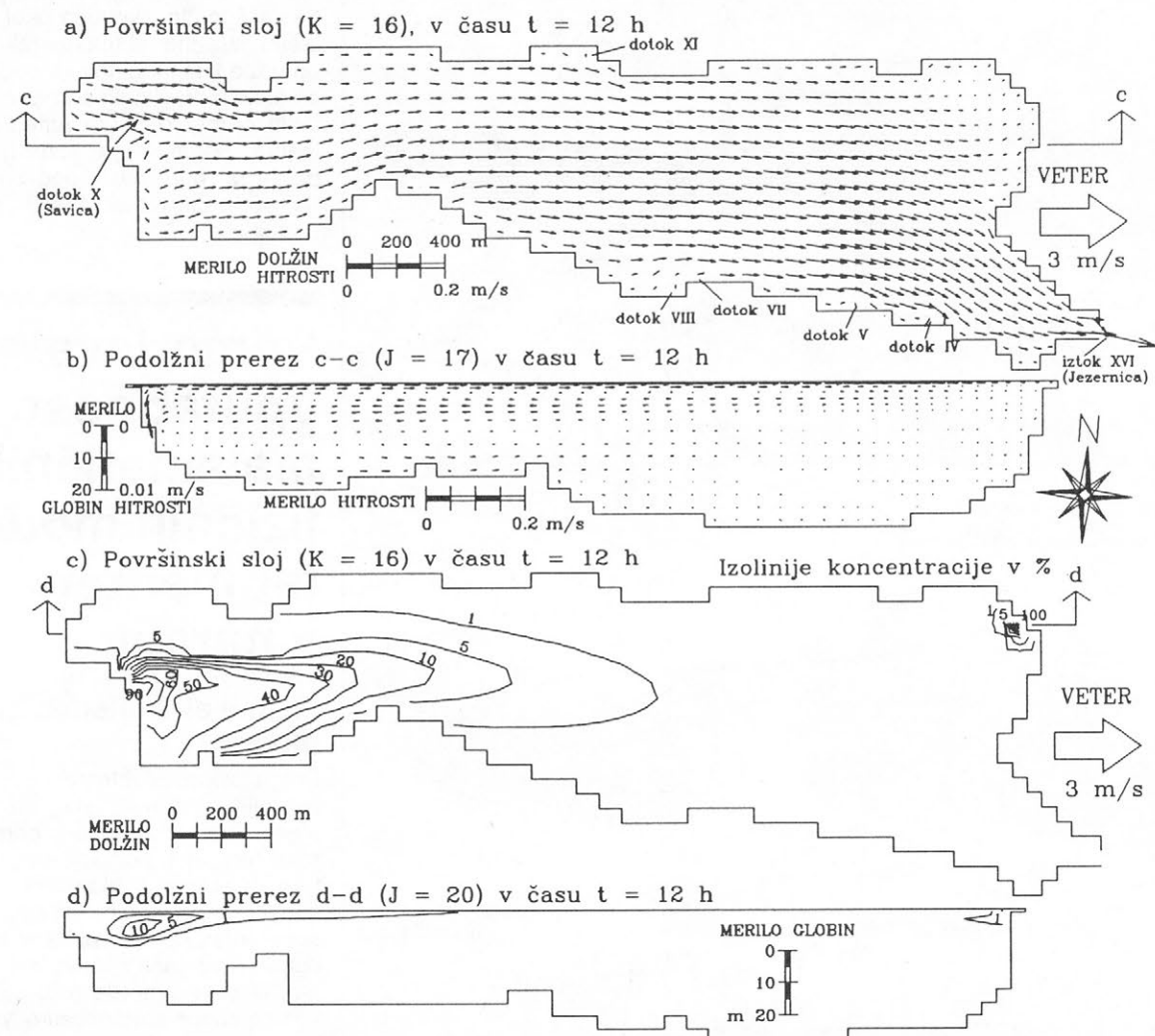
Izbira pravega tipa modela za simulacijo določenega pojava je morda najvažnejše vprašanje pri modeliranju. Predvsem gre tu za kompleksnost modela, ki je odvisna od več faktorjev. Po eni strani je sicer odvisna od zahtevane točnosti rezultatov, vendar pa večja kompleksnost modela samo do neke mere pomeni tudi večjo točnost rezultatov. Sploh pa je seveda smiselno konstruirati samo toliko točen model, kolikor točne podatke lahko pri-
skrbimo.

Vrste matematičnih modelov v hidrotehniki

Ločimo tri vrste ali bolje rečeno tri stopnje modelov, ker vse tri skupaj tvorijo končni, t. i. **ekološki model**. Videli pa bomo, da

* Prof. dr., FAGG, Oddelek za gradbeništvo in geodezijo, Laboratorij za mehaniko tekočin, Hajdrihova 28, Ljubljana,

** Doc. dr., FAGG, Oddelek za gradbeništvo in geodezijo, Laboratorij za mehaniko tekočin, Hajdrihova 28, Ljubljana.



Slika 1. Modeliranje tokov in disperzije hraniv v Bohinjskem jezeru v poletnih razmerah, ko je jezero toplotno stratificirano. Vzrok gibanja vode je dotok Savice in nekaterih manjših pritokov (označeni so z rimskimi številkami) ter iztok prek Jezernice, še bolj pa tokove povzroča zahodni veter s hitrostjo 3 m/s.

a) Vektorji hitrosti v površinskem sloju
b) Vektorji hitrosti v vertikalnem prerezu

c) Razpored koncentracije hraniv, ki pritekajo po podtalnici iz vikend naselja (A), in s polj pri Stari Fužini (B)

d) Razpored koncentracije hraniv v vertikalnem preseku

Figure 1. Modelling of the flow and dispersion of nutrients in Lake Bohinj during the summer, when the lake is thermally stratified. The factors influencing water circulation are the inflow of the Savica River and the smaller creeks (indicated by Roman numerals), and discharge into the Jezernica River and West Wind (3 m/s).

a) Velocity vectors in the surface layer
b) Velocity vectors in a vertical cross section

c) Concentration of nutrients which flow into Lake Bohinj from two sources:
A (groundwater inflow) and B (surface inflow from agricultural areas)

d) Concentration of nutrients in the vertical cross section

tudi samo prvo stopnjo ali pa prvi dve lahko samostojno uporabljamo za reševanje določenih problemov, predvsem čisto hidravličnih.

Stopnje se nadgrajujejo po logičnem zaporedju. Ker je najprej nujno treba poznati gibanje vode, so prva stopnja t. i. **hidrodinamični (HD) modeli**, s katerim računamo hitrosti toka vode. Druga stopnja, ki se nadgrajuje na prvo, so t. i. **transportni (ali transportno-disperzijski - TD) modeli**. Tu na osnovi transportne enačbe računamo širjenje in disperzijo raznih polutantov, slanosti, toplote ali hraniv. Ti parametri lahko seveda spremenijo gostoto vode, kar povratno vpliva na izračune hitrostnega polja.

Tretjo stopnjo modelov bi lahko imenovali **biokemične (BK) modele**, saj se v njih simulirajo biokemične reakcije, kot so

npr. razgradnja polutantov, izhlapevanje nafte, poraba hraniv ali kisika, rast alg ipd. Tu torej celotna masa polutanta ali hraniva ni več konstantna, ampak se zaradi biokemičnih procesov izgublja (pretvarja v druge snovi ali energijo) ali pa lahko tudi narašča (rast alg).

Uporabnost hidrodinamičnih modelov

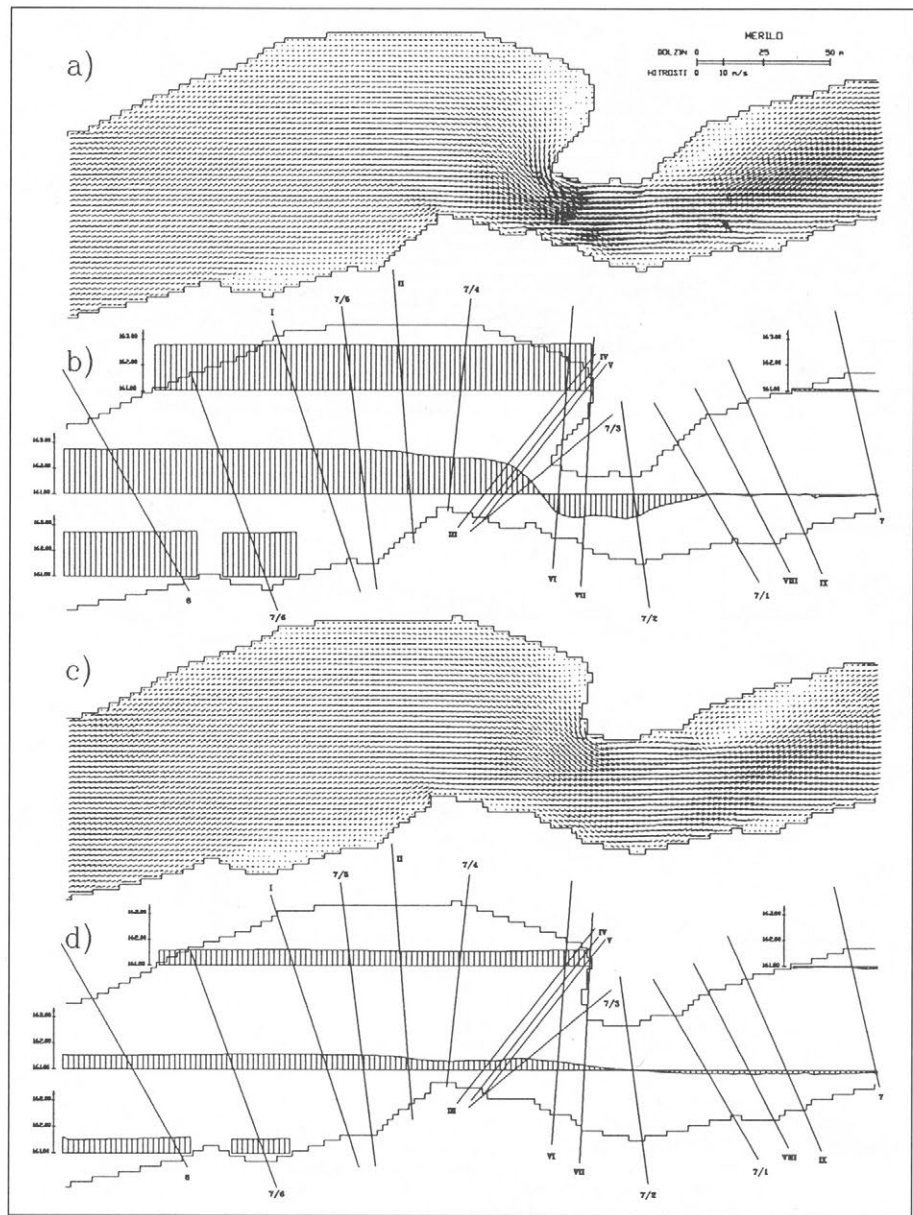
Ločimo dve vrsti hidrotehničnih problemov.

Pri prvi vrsti problemov, imenujmo jih **hidravlični problemi**, nam slika cirkulacije vode, torej samo uporaba hidrodinamičnega modela, omogoča kompletno rešitev problema. Tipični problem te vrste je določanje maksimalnih gladin pri poplavih. Glavni smisel takega modeliranja je nadomestitev ali dopolnitev fizičnih

(hidravličnih) modelov, ki so, kot bomo videli v naslednjem poglavju, navadno bistveno dražji.

Tipični primer je prikazan na sliki 2. Reka Idrijca že dolga leta povzroča poplave v kraju Bača pri Modreju. Poleg dvigovanja dna zaradi prodnosti na celem odseku Idrijce je za zajezitev in povišanje gladine ob visokih vodah kriva huda zožitev na Idrijci pod železniško postajo Most na Soči, nekaj sto metrov dolvodno od Bače. Vendar pa dolgotrajne raziskave in meritve na terenu še niso dale povsem jasnega odgovora, kako bi bilo možno bolj učinkovito odpraviti poplave: ali z razširitvijo ozkega grla (miniranje) ali s poglobitvijo dna na celotnem odseku.

Odgovor smo poskušali poiskati s pomočjo matematičnega modela. Posebej zahtevna je bila simulacija toka v ožini,



Slika 2. Tok v ožini Idrijce dolvodno od naselja Bača pri Modreju pri pretoku $Q = 1000 \text{ m}^3/\text{s}$
a) Hitrostno polje ob poplavi 1. 11. 1990
b) Podolžni profili gladin ob poplavi 1. 11. 1990
c) Hitrostno polje po odstranitvi 5000 m^3 skalnega masiva na levem bregu
d) Podolžni profili gladin po odstranitvi 5000 m^3 skalnega masiva na levem bregu
Figure 2. Flow in the Idrijca River narrow immediately downstream of the Bača village at a discharge of $Q = 1000 \text{ m}^3/\text{s}$
a) Velocity field during the flood of November 1st, 1990
b) Longitudinal water surface profiles during the flood of November 1st, 1990
c) Velocity field after mining of 5000 m^3 of the rocks on the left bank
d) Longitudinal water surface profiles after mining of 5000 m^3 of the rocks on the left bank

kjer smo zaradi kompleksnosti hidravličnega pojava morali uporabiti 2D-model. Na slikah 2 a in 2 b je prikazana situacija (hitrostno polje in gladina v podolžnih profilih), ki je nastopila ob poplavi 1. 11. 1990, pri pretoku $Q = 1000 \text{ m}^3/\text{s}$. Ožina je povzročila dvig gladine gorvodno za 1,8 m in s tem tudi poplave v naselju Bača pri Modreju. Z več računalniškimi simulacijami smo nato preverjali učinkovitost posameznih ukrepov v ožini. Kot najprimernejša rešitev, sprejemljiva s tehničnega, ekonomskega in naravovarstvenega vidika, se je pokazala odstranitev okrog 5000 m^3 levo-

brežnega skalnega masiva v najožjem delu. S tem se znatno izboljša hidravlična slika toka in zmanjšajo hitrosti v ožini (slika 2 c), poleg tega pa dosežemo tudi občutno zmanjšanje dviga gladine (pribl. 0,6 m pri $Q = 1000 \text{ m}^3/\text{s}$, slika 2 d). S tem se pri pretoku $Q = 1000 \text{ m}^3/\text{s}$ za 1,2 m zniža tudi kota v naselju Bača pri Modreju in tako zmanjša možnost katastrofalnih poplav. Druga vrsta hidrotehničnih problemov je povezana z **zaščito kakovosti voda**. Kot smo videli zgoraj, se taki problemi rešujejo s t. i. ekološkimi modeli, kjer pa so HD-modeli prva stopnja na poti do

rešitve. V dobi vsestranskih prizadevanj za zaščito človekovega okolja so ti problemi izredno aktualni, tako da je tu uporaba HD-modelov še pogostejša kot pri čisto hidravličnih problemih. Eden od takih primerov je že omenjeno modeliranje Bohinjskega jezera, še nekaj pa jih bo opisanih v poglavju o primerih uporabe matematičnih modelov v praksi.

Primerjava uporabnosti matematičnih in fizičnih modelov ter meritev v naravi

Fizični ali matematični modeli?

Dolga leta so probleme rečne in morske hidravlike reševali tako, da so zgradili objekt (npr. v zgornjem primeru odsek reke Idrijce) v pomanjšanem merilu na t. i. fizičnem (ozir. hidravličnem) modelu, spustili po njem vodo in opazovali tok ter spreminjali obliko objektov toliko časa, dokler niso našli zadovoljive rešitve. Pri tem je seveda treba poznati in upoštevati določene zakonitosti o "podobnosti" pojava v naravi in na modelu. Taki modeli so navadno dragi, saj je treba na modelu zgraditi in točno oblikovati vse detajle, za poskušanje raznih variant pa tudi prezidavati model. Vendar pa je bil to dolga desetletja edini možni način reševanja mnogih vrst hidrotehničnih problemov.

Danes mnogi hidravlični laboratoriji, ki so se v preteklosti ukvarjali predvsem s fizičnim modeliranjem, bodisi propadajo ali pa so se preusmerili. Vzrokov za nazadovanja hidravličnega modeliranja je več.

Pri **hidravličnih problemih** (torej, kjer gre v prvi vrsti za določitev hitrosti toka) lahko matematični modeli vedno bolj uspešno nadomeščajo ali pa dopolnjujejo fizične modele. Razvoj znanosti (tako hidromehanike kot tudi matematike in računalništva) je namreč tako hiter, da je vedno več hidrodinamičnih pojavov mogoče za prakso dovolj natančno simulirati z matematičnimi modeli. Prednosti matematičnega modeliranja pred hidravličnim modeliranjem pa je več. Predvsem so matematični modeli *bolj ekonomični* od fizičnih. Ko je namreč matematični model za simulacijo določenega pojava izdelan (in seveda ustrezno verificiran), ga je mogoče uporabiti za mnoge podobne probleme, medtem ko je treba fizični model

vsakokrat nanovo zgraditi. Druga velika prednost je, da je navadno mogoče z matematičnimi modeli rešiti problem mnogo *hitreje*, kar je za naročnika često zelo pomembno. Dodatna prednost matematičnih modelov je tudi, da lahko ostanejo vsi podatki o obliki modela in ostalih parametrih brez težav *shranjeni* na majhnih disketah ali optičnih diskih in so dostopni za morebitno kasnejšo uporabo.

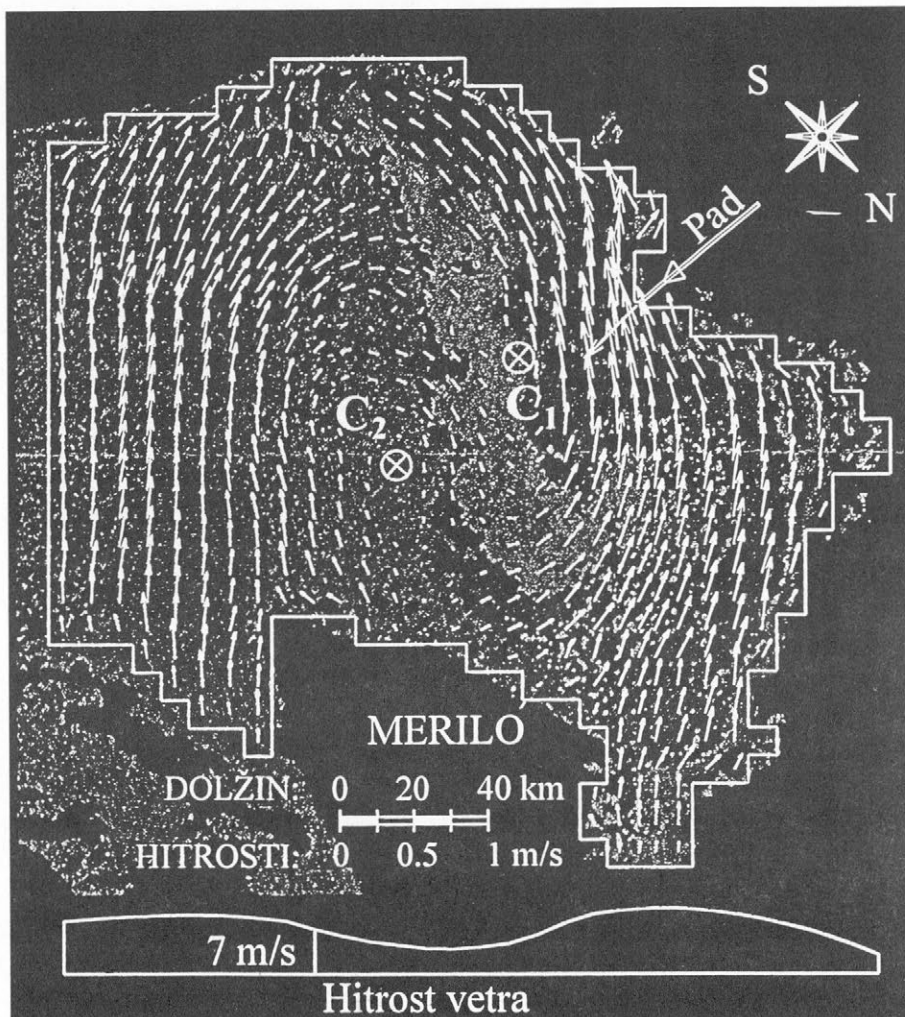
Uporabnost fizičnih modelov se je tudi zelo omejila, odkar so se pojavili tako pereči **ekološki problemi** v zvezi s ka-

Slika 3. Satelitski posnetek in izračuni tokov v severnem Jadranu.

a) Satelitska slika 26. 3. 1982, posneta ob koncu petdnevnega obdobja burje s hitrostjo 7 m/s (smer SV) s prikazom koncentracije klorofila, ki je v glavnem posledica dotoka hraniv in polutantov iz reke Pad. Prikazani so tudi izračunani vektorji hitrosti. Upoštevana je neenakomernost vetra: močnejši je v Tržaškem in Kvarnerskem zalivu, šibkejši ob Istri. Zato se polutanti iz reke Pad širijo skoraj proti vetru. Z modelom dobljena lokacija centrov obeh vrtincev C1 in C2 se popolnoma ujema z opazovano.

Figure 3. Satellite image and computed flow pattern in the Northern Adriatic

a) The satellite image was taken on March 26th, 1982, at the end of a five day period of strong bora (NE) wind. The magnitude of the wind was 7 m/s with nonuniform distribution along the coast. The distribution of chlorophyll concentration is caused mainly by inflow of nutrient inflow from the Po river. The computed velocity vectors show that the centres of both gyres (C1 and C2) are in agreement with the observed ones.



kovostjo voda. Take procese je mnogo težje simulirati na hidravličnih modelih kot čiste hidrodinamične pojave. Zakaj?

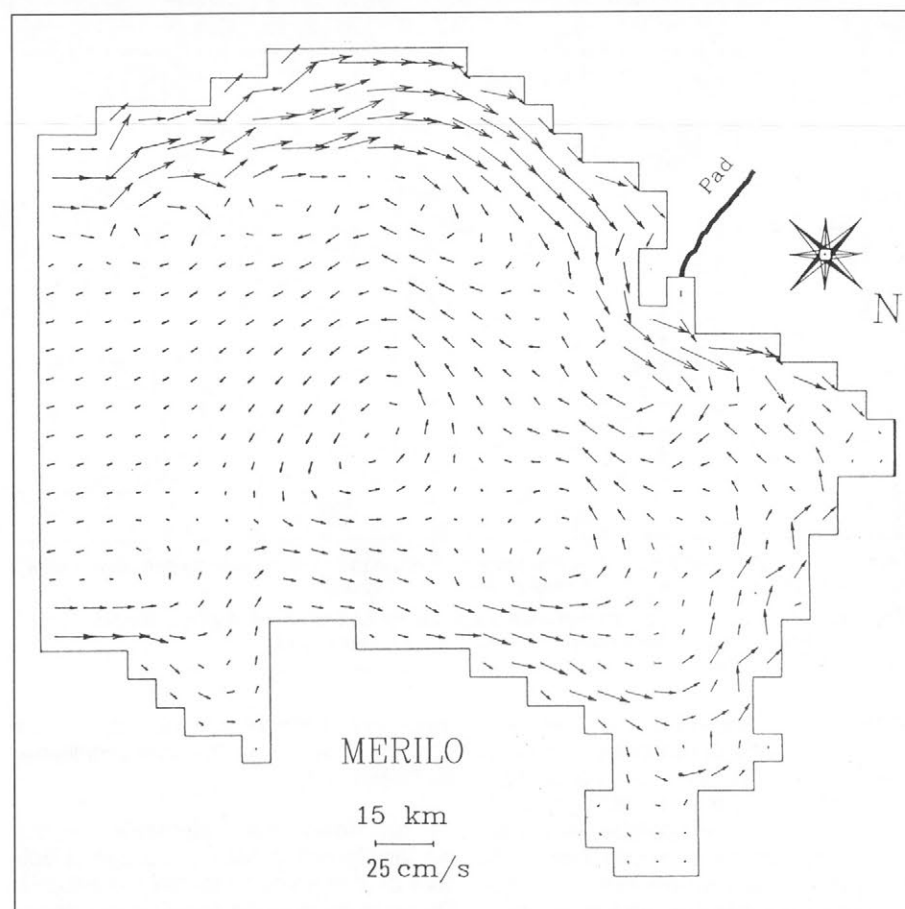
Navadno gre za zelo velika območja (dolgi odseki rek, jezera, obalna morja, oceani, ozračje), ki bi jih bilo treba na fizičnem modelu tako zelo pomanjšati, da pojava ne bi bilo več mogoče dovolj dobro ponazoriti, vprašljiva pa postane tudi točnost meritev.

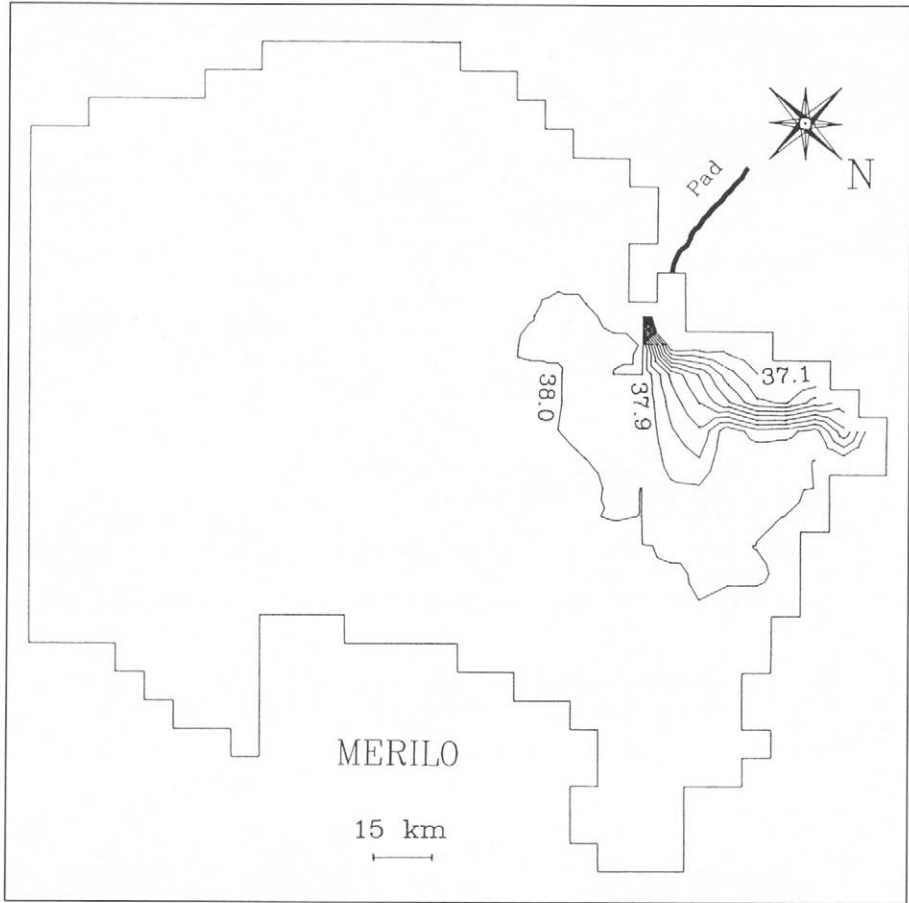
Vzemimo primer: na hidravličnem modelu bi hoteli simulirati disperzijo polutantov iz reke Pad v severnem Jadranu. Območje je dolgo pribl. 200 km (slika 3), na razpolago pa imamo 100 m dolgo preizkuševališče v laboratoriju. Modelno merilo bi torej moralo biti v razmerju 1: 2000. Pri tem so maksimalne globine na tem področju do 50 metrov. Če bi jih modelirali v istem merilu, bi znašala npr. globina 10 m v naravi na modelu le 5 mm. Dvig gladine reda 0,4 m (npr. zaradi vpliva vetrov) bi torej na modelu znašal le 0,2 mm, kar je seveda že praktično nemogoče dovolj točno meriti.

Še večja ovira za uporabo hidravličnih modelov pri tovrstnih problemih pa je

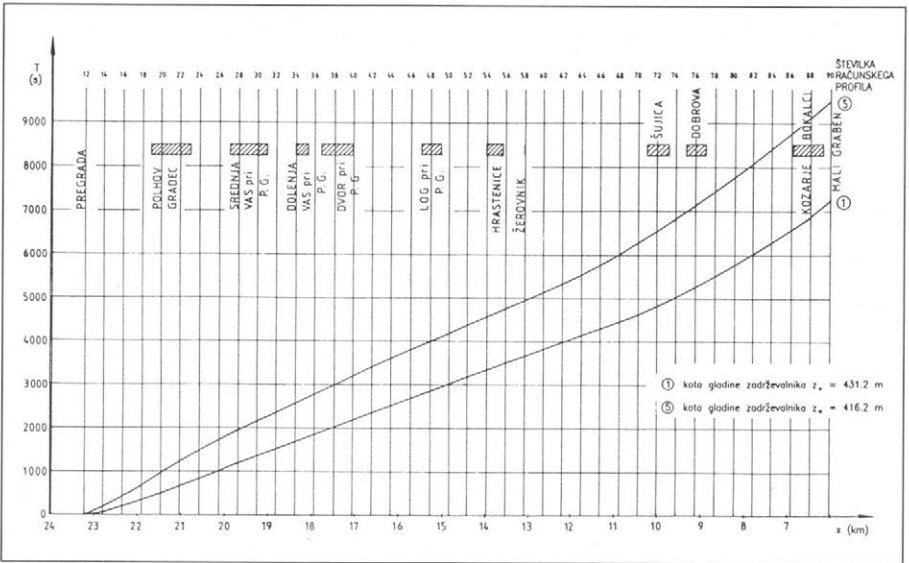
Slika 3 b. Simuliran potek tokov v severnem Jadranu ob jugovzhodnem vetru (jugo) 10 m/s.

Figure 3 b. Computed flow pattern in the Northern Adriatic with the SE wind at 10 m/s.





Slika 3 c. Porazdelitev koncentracije slanosti iz reke Pad po petih dneh jugovzhodnega vetra s hitrostjo 10 m/s.
Figure 3 c. Salinity distribution from the Po river after a five day period of SE wind at 10 m/s.



Slika 4. Primer 1D-računa pregrade. Prikazani so časi potovanja čela vala do dolvodnih naselij, če bi prišlo do porušitve pregrade Božna pri Polhovem Gradcu.
Figure 4. Results of 1D computation of a wave caused by the possible collapse of the Božna dam near Ljubljana. The propagation time of the wave front is presented.

dejstvo, da nekaterih pojavov, predvsem v zvezi s turbulenco, ne moremo simulirati tako, da bi bili res dinamično podobni pojavom v naravi. Da ne omenjamo raznih biokemičnih procesov, porabe kisika, rasti alg - to je seveda praktično nemogoče simulirati na modelu. Nekateri takšni procesi so poleg tega v naravi zelo dolgo-

trajni (več mesecev ali celo let), kar še dodatno onemogoča njihovo simuliranje na fizičnih modelih. Čeprav imajo tudi matematični modeli pomanjkljivosti in težave, so zgoraj opisani problemi večinoma manj omejujoči. Danes je že mogoče simulirati cirkulacijo

vode in tudi širjenje polutantov na zelo velikih območjih (glej sliko 3), simuliranje vplivov turbulence in celo biokemičnih procesov pa je možno do neke, za prakso navadno zadostne točnosti.

Meritve v naravi in uporaba satelitov

In kje je tu vloga meritev v naravi? Po eni strani je nujno potrebno stalno spremljanje dogajanja v površinskih vodah z meritvami nekaterih fizikalnih ali biokemičnih parametrov (t. i. monitoring). Po drugi strani pa pri razvoju in uporabi matematičnih modelov nujno potrebujemo verifikacijo rezultatov z opazovanji in meritvami, bodisi na modelih bodisi v naravi. Na primeru disperzije polutantov v severnem delu Jadrana smo že opisali, zakaj takih pojavov ne moremo simulirati na fizičnih modelih. Tako smo često prisiljeni opazovati in meriti na modelih v merilu 1 : 1 – to pa je neposredno v naravi.

Zato se izredno hitro razvijajo nove metodologije meritev v naravi, od katerih je posebno pomembna satelitska tehnika.

Povejmo nekaj več o njej. Velika morska območja in oceane je težko (drago) pokriti z zadosti gosto mrežo klasičnih meritev. Specializirane ladje, opremljene z merskimi instrumenti, morajo pluti po območjih cele tedne, da opravijo meritve serije parametrov. En sam satelitski posnetek pa lahko da informacije za zelo veliko območje (glej sliko 3 a.). To niso navadne fotografije, satelit je opremljen z zapletenimi instrumenti, ki merijo temperaturo vodne gladine, koncentracijo klorofila, koncentracijo vseh suspendiranih snovi, infrardečo svetlobo itd., potem pa se na osnovi računalniških obdelav dobi slike razporeda raznih parametrov. Na osnovi teh parametrov lahko dobimo zelo dragocene informacije o gibanju vodnih mas v različnih vremenskih razmerah, pa tudi širjenje polutantov, hraniv ipd. V zadnjih letih se vse bolj razvija tehnika meritev, ki je zasnovana na radarskih valovih. Velika prednost je v tem, da snemanje ni več odvisno od kota sončnih žakov glede na gladino, celo ne več od oblačnosti.

Možno je meriti tudi mnoge parametre, ki so izrednega pomena za varnost plovbe po oceanih, npr. višino valov (do 30 cm natančno), hitrost vetrov ali razpored ledenih gora. Po drugi strani pa je prek satelitov možno registrirati velike madeže ob razlitju nafte ali nevarnih kemikalij.

Nekatere inštitucije, ki se ukvarjajo z važnimi napovedmi, npr. mednarodne službe za preprečevanje velikih ekoloških katastrof, že imajo t. i. "on-line" dostop do podatkov satelitskih snemanj. Po brezžičnih zvezah tako rekoč sproti dobivajo slike stanja v morjih in oceanih. To je izredno koristen pripomoček pri organizaciji zaščitnih ukrepov.

Primeri uporabe

Področja uporabe

Kot smo že omenili, se modeliranje uporablja praktično na vseh področjih znanosti. Poleg že omenjenih opišimo še eno važno področje, ki je tesno povezano tako z zdravjem kot tudi z varnostjo prebivalcev.

To je t. i. *ekotoksikologija*, kar je povezava dveh pojmov, ekologije in toksikologije, tj. nauka o strupih ter njihovih vplivih na organizme. Prof. Jörgensen v svoji knjigi (3) utemeljuje vedno večjo nujnost poznavanja teh procesov in njihovega modeliranja:

"1) Danes uporabljamo mnogo več kemikalij kot kdajkoli prej (industriji proizvaja okrog 50 000 kemikalij). 2) Sedaj se šele začnemo popolnoma zavedati nevarnosti, ki jih te kemikalije predstavljajo za vse življenje na Zemlji. 3) Danes se zavedamo, da so problemi, povezani s kemičnimi polutanti, mnogo bolj kompleksni, kot smo mislili prej."

V nadaljevanju navaja: "Ker moramo danes nahraniti skoraj 5 milijard ljudi, je iz procesov nemogoče popolnoma izločiti vse toksične kemikalije. Toda če z *modeli* lahko simuliramo vpliv emisije določenih strupov na okolje, je možno priti do priporočil, katere strupe je treba nujno izločiti in v kolikšni meri, da ne bo opaznih škodljivih učinkov na živa bitja." Skratka, spet je z modeli možno ugotoviti potrebne ukrepe, s katerimi bomo dobili optimalne rešitve.

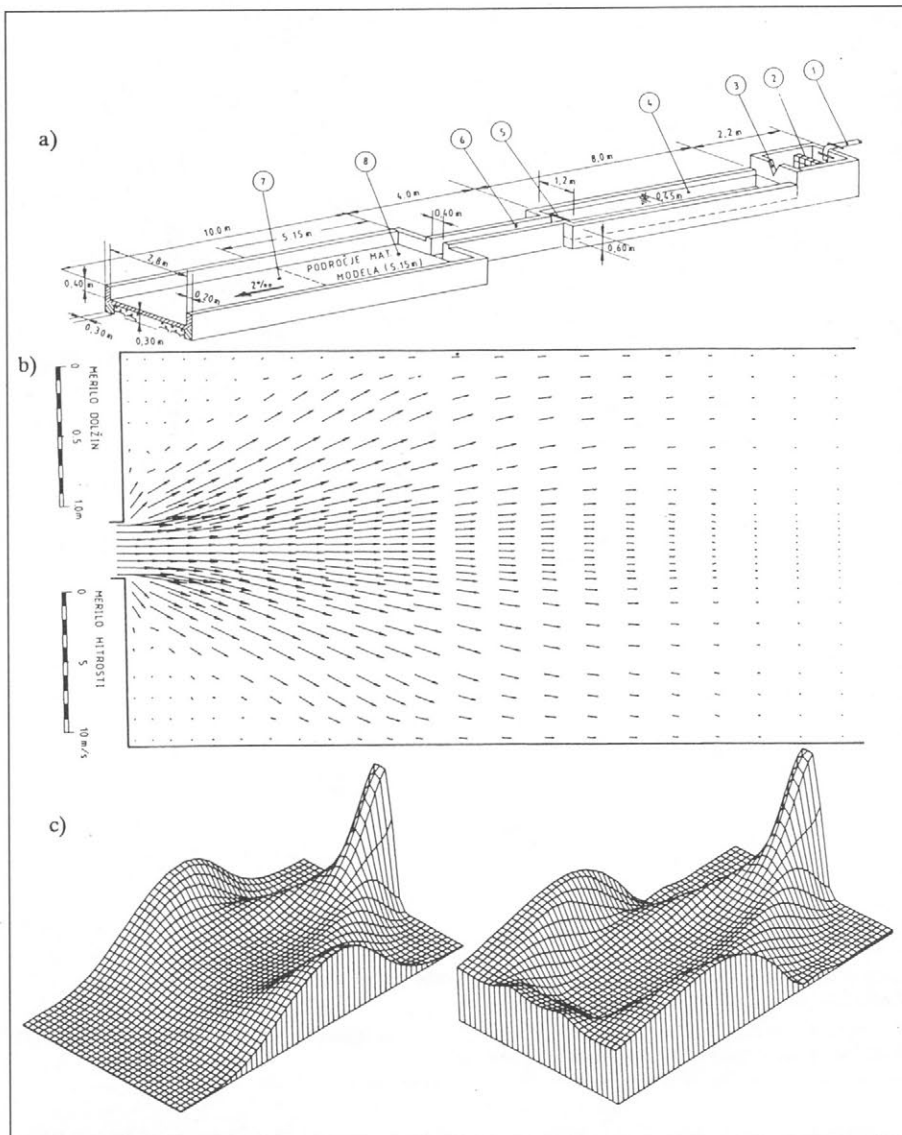
Poleg uporabe v hidrotehnik in ekologiji je modeliranje tudi bistveno orodje za reševanje nekaterih problemov varnosti in zaščite prebivalstva. Za napoved obsega poplavl pri visokovodnih valovih ali po morebitni porušitvi pregrad, simuliranje širjenja nafte pri ekoloških katastrofah ali pa simuliranje širjenja strupenih plinov pri nesrečah s cisternami ali cevovodi se tako v svetu kot pri nas uporabljajo matematične simulacije, ki postajajo že nujno orodje pri načrtovanju zaščitnih ukrepov.

Primeri uporabe pri nas

Omejili se bomo na primere s področja varnosti in zaščite prebivalstva pred nesrečami.

Skupina na Katedri za hidromehaniko in hidravliko na Hidrotehničnem odseku FAGG v Ljubljani je že v letih 1968-70 izdelala matematični model za simulacijo gibanja valov, ki bi nastali ob morebitni porušitvi vodnih pregrad (4). S takimi modeli je možno določiti, katera območja bi bila ob porušitvi posameznih pregrad poplavljen in v kolikšnem času po porušitvi bi val dosegel posamezne kraje (slika 4).

S tem modelom so bile preračunane posledice možnih porušitev za vse



Slika 5. Porušitveni val v hipni razširitvi pravokotnega kanala. Po trenutnem dvigu zapornice (5) potuje val najprej po ozkem kanalu (6) in se nato na prehodu v razširjeni kanal (7) transformira. Z matematičnim modelom smo simulirali dogajanje v prvem delu širokega kanala (območje 8).

a) Shema fizičnega modela

b) Vektorji hitrosti 3,5 s po prihodu vala v razširitev

c) Izračunana gladina v časih 3,5 s in 10 s po prihodu vala v razširitev

Figure 5. Dam-break wave in a sudden enlargement of a rectangular channel. After instantaneous lifting of the gate (5) the wave propagates through the narrow channel (6) and then into the enlarged channel (7). The area (8) in the first part of the enlarged channel was covered by the mathematical simulation.

a) Scheme of the physical model

b) Computed velocity vectors 3,5 s after the wave passes the enlargement

c) Computed free surface 3,5 s and 10 s after the wave passes the enlargement

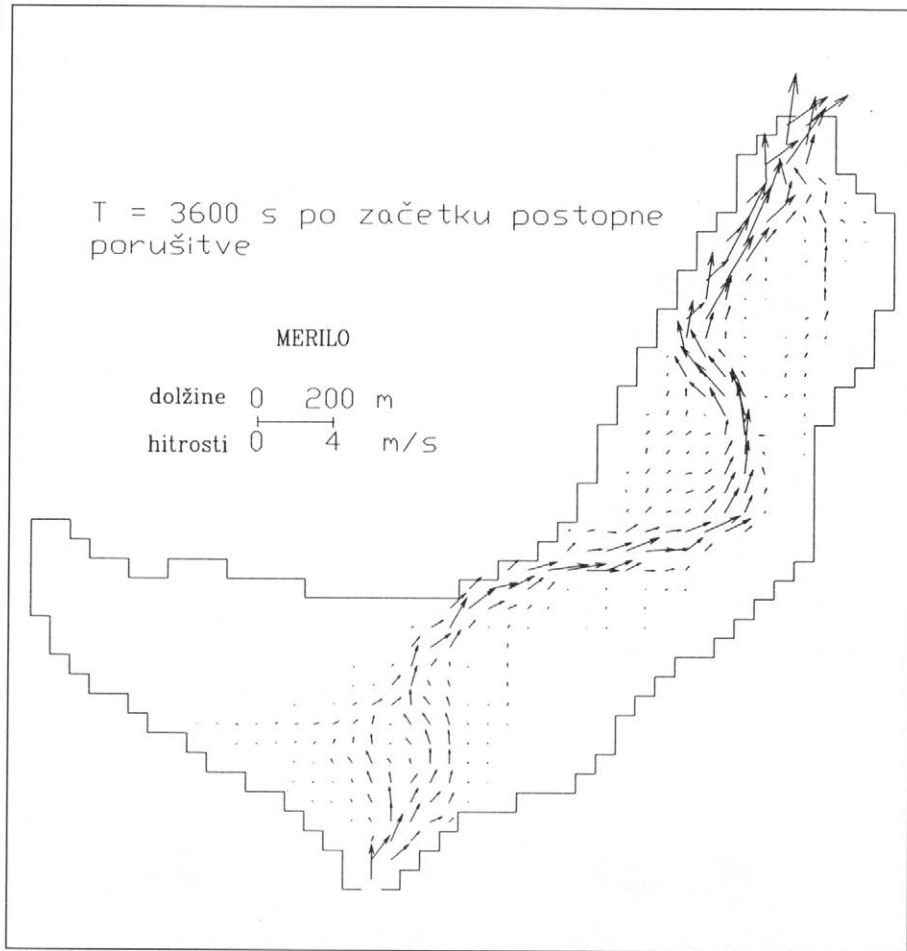
slovenske pregrade in tudi nekatere v Hrvaški, Bosni in Hercegovini in Makedoniji. Poleg tega je skupina izdelala matematične modele za simulacijo visokovodnih valov na rekah (za Savo, Muro, Dravo) in tudi model za simulacijo gibanja snežnih plazov, ki je uporaben za določitev nevarnega območja, ki ga snežni plazovi še lahko dosežejo, in za določitev sil, ki delujejo na zaščitne objekte.

Kasneje je skupina začela z razvijati 2D-modele (1), ki smo jih uporabljali za pomoč pri obrambi pred poplavlami na reki Soči pri Drobčniku, na Idriji pri Bači (slika 2) ter na reki Savi pri Tacnu. Tudi nekaj primerov toka po porušitvi pregrad

je bilo treba simulirati dvodimenzijsko. Slika 5 kaže primer simulacije gladine po porušitvi pregrade, ko bi se val iz ozkega kanala razlil v široko dolino.

Slika 6 pa kaže praktično uporabo 2D-modela za primer toka po porušitvi pregrade v stranski dolni Soče.

V letih 1985-90 smo izdelali še 3D-model (2), za pomoč pri reševanju ekoloških problemov pa smo oba modela dopolnili s transportno-disperzijskim modelom. Tako je sedaj možno simulirati tudi širjenje polutantov, kemikalij, hraniv, toplote, slanosti in podobno. Modele smo že uporabili npr. za simuliranje tokov v Blejskem jezeru (ugotavljanje vpliva dotoka Radovne in iztoka



Slika 6. Propagacija vala po Soči zaradi morebitne porušitve pregrade v stranski dolini Učje. Vektorji hitrosti približno sledijo strugi Soče.

Figure 6. Wave propagation in the Soča valley due to collapse of a dam on Soča's tributary Učja. Velocity vectors roughly follow the Soča river bed.

prek natege na cirkulacijo v jezeru) ali za že omenjene izračune tokov in širjenja hraniv v Bohinjskem jezeru. Tu je bila naloga ugotoviti cirkulacijo ob štirih letnih časih in ob dveh najpogostejših vetrovih.

Z istimi modeli smo določali potek cirkulacije v severnem Jadranu ter transport in disperzijo polutantov iz reke Pad ob različnih vetrovih. Slika 3 a kaže, kako izredno koristno smo uporabili satelitske posnetke tako za verifikacijo modela kot za boljše poznavanje tokov. Slika prikazuje koncentracijo klorofila. Ker pa to pomeni alge, alge pa za svojo rast potrebujejo hraniva, lahko rečemo, da razpored klorofila v grobem kaže tudi razpored hraniv oziroma polutantov (satelitska slika je povzeta po Kuzmiću, Inštitut Ruđer Bošković, Zagreb). Posnetek je bil narejen 26. marca 1982 ob koncu petdnevnega obdobja močne burje jakosti okrog 7 m/s. To situacijo smo simulirali s 3D matematičnim modelom, pri tem smo upoštevali tudi stratifikacijo in vpliv različne gostote sladke vode reke Pad in morske vode. Slika kaže zelo dobro ujemanje izračunanih vektorjev hitrosti s satelitsko sliko. Tako je bila veljavnost našega modela še enkrat potrjena. Poleg tega nam je model sam lahko

dal še več novih informacij: širjenje polutantov iz reke Pad ob drugih vetrovih (predvsem jugovzhodni veter – jugo) ter ob drugačnih pogojih, npr. ob poletni stratifikaciji. Pokazalo se je, da se polutanti iz reke Pad širijo v smeri Istre in tudi slovenske obale tako ob burji kot tudi ob jugu (sliki 3 b in 3 c), in sicer tako v zimskih kot v poletnih razmerah. To je tista prednost matematičnih modelov, o katerih smo že govorili. Meritve nam največkrat lahko dajo informacije samo o trenutni situaciji.

Z modeli smo določali tudi cirkulacijo tokov v Tržaškem zalivu in še posebej ob slovenski obali, najprej samo zaradi vplivov plimovanja, nato pa tudi zaradi tipičnih vetrov. Tu smo za verifikacijo in kalibracijo uporabili meritve tokov, ki jih je v letih 1984–86 izvedla ekipa Vodnogospodarskega Inštituta skupaj z raziskovalci poljske Akademije znanosti iz Gdanska (5). Za verifikacijo simulacije širjenja polutantov iz reke Rižane (v katero se iztekajo samo delno prečiščene odplake mesta Koper) pa smo uporabili tudi meritve koncentracije koliformnih bakterij v Koprskem zalivu, ki jih je izvedla Morska biološka postaja Piran.

Izdelan je tudi 3D matematični model za simulacijo širjenja nafte. Model je prire-

jen za praktično uporabo kot pomoč pri morebitnem razlitu v Tržaškem zalivu in je inštaliran na računalniškem sistemu RUZR na Ministrstvu za obrambo, dodatno pa bo inštaliran še v Kopru in verjetno tudi v Piranu. Tu gre za dopolnitev TD-modela, saj pri razlitju nafte nastopa nekaj fizikalno-kemičnih procesov, kot so mehansko širjenje takoj po razlitju, izhlapevanje in odlaganje na obalo, ki jih je nujno treba upoštevati ob simuliranju pojava. Modeliranje lahko poda hitro napoved o tem, v katero smer in v kakšnem obsegu se bo razlita nafta širila. S pripravo podatkov vred traja izračun po posebni metodologiji pribl. 20 minut. To je izredno važno za uspešno zaščito, saj se nafta zelo hitro širi, sloj nafte na vodi pa se hitro tanjša, tako da je čiščenje z morske gladine s posebnimi ladjami uspešno le v kratkem času po razlitju.

Slika 7 kaže primer simulacije širjenja nafte ob razlitju v bližini Savudrijskega rta ob zahodnem vetru.

Povezava z geografskimi informacijskimi sistemi (GIS)

Pri vseh modeliranjih si pomagamo z obsežnimi bazami podatkov, npr. od topografije območja do statistične obdelave vetrov ali plovni poti ladij (ki bi npr. prevažale nafto). Zato je zelo koristno povezati modele z GIS-i, da lahko baze podatkov neposredno uporabimo, prav tako pa lahko rezultate vnesemo nazaj v GIS-e za kakršnokoli nadaljnjo obdelavo. Tipično je npr. prikazovanje poplavnih območij, katerih obseg je dobljen z modeli nestalnega toka, v GIS-ih, tako da je mogoče nadaljnje določanje posledic, obrambe pred poplavami in ukrepov za zaščito. To področje se v svetu zelo intenzivno razvija.

Zaključki

Upamo, da se iz prispevka vidi koristnost in nujnost razvijanja in uporabe **matematičnih modelov** tudi na področju **zaščite in reševanja ob naravnih nesrečah**. Zato delo na Hidrotehničnem odseku FAGG nadaljujemo, in sicer razvijamo točnejše dvodimenzijsko modeliranje poplav ob naravnih visokih vodah ali ob morebitni porušitvi pregrad, izboljšujemo simulacijo procesov ob širjenju nafte ali nevarnih kemikalij pri razlitju ter modeliranje težkih plinov. V povezavi s strokovnjaki drugih strok pa skušamo izdelati tudi splošnejše modele za simulacijo raznih procesov, povezanih z onesnaževanjem voda.



Slika 7. Širjenje naftega madeža ob morebitnem razlitju blizu Savudrijskega polotoka. Situacija ob zahodnem vetru ($292,5^\circ$), ki piha s hitrostjo 3 m/s.

Figure 7. Simulation of an oil spill near Savudrija, with a westerly wind of the magnitude 3 m/s.

1. ČETINA, M., 1988. Matematično modeliranje dvodimenzionalnih turbulentnih tokov. Magistrsko delo, FAGG, Univerza v Ljubljani.
2. ČETINA, M., 1992. Tridimenzionalni matematični baroklini model za izračun tokov v jezerih in morju. Doktorska disertacija, FAGG, Univerza v Ljubljani.
3. JÖRGENSEN, S. E., 1994. Fundamentals of Ecological Modelling (23 Edition). Elsevier Science B. V., Amsterdam.
4. RAJAR, R., 1972. Recherche theorique et experimentale sur la propagation des ondes de rupture de barrage dans une vallée naturelle. Doktorska disertacija, Univerza v Toulousu.
5. RAJAR, R., M. ČETINA, V. TONIN, 1990. Matematično modeliranje tokov in kvalitete slovenskega morja, III. faza. Poročilo o delu za leto 1989/1990, FAGG in VGI, Ljubljana.

Rudi Rajar, Matjaž Četina

Mathematical models as tools in civil protection and disaster relief

The role of mathematical models is increasing in all scientific fields largely due to the sophistication of science and through the aid of increasingly powerful computers. Mathematical tools are also very useful in flood protection planning

and the charting of accidents such as oil spills or spills of other pollutants into rivers, lakes and seas.

The ecological models consist of three parts: hydrodynamics (HD), transport-dispersion (TD) and bio-chemicals (BK). The models can be one-dimensional (1D), two-dimensional (2D) or three-dimensional (3D). Before they are used to simulate flow patterns at flood discharges or the spreading of pollutants, these models must be carefully calibrated and verified by field measurements or satellite images.

To solve problems that are purely hydrodynamic, it is sufficient to apply the HD model. Three such examples are presented in the paper: the simulation of flow in the Idrijca River narrow immediately downstream of the village Bača pri Modreju (2D model, Fig. 2); the dam-break wave propagation in the Božna River (2D model, Fig. 4); and 2D wave simulation in the Soča River due to a dam-break on the Soča's tributary called Učja (Fig. 6). In these examples, the model determines maximum water levels, velocity fields and the time needed for the wave to reach downstream areas. Equipped with such data, planners can improve the safety levels for residents in such regions.

In the water quality problems, HD and TD models must be used together. Two examples of 3D simulations are presented: the circulation and spread of nutrients in Lake Bohinj (Fig. 1); and the circulation and spreading of Po river water into the Northern Adriatic, which provides most of the nutrients for that area (Fig. 3).

The most complex model is the oil spill simulation in Trieste bay, where 3D HD, TD and BK models are combined together into one model. This model is installed in the computer centre of the Agency for Civil Protection and Disaster Relief at the Slovene Ministry of Defense. The consequences of a possible oil spill near Savudrija, combined with the West Wind, are presented in Fig. 7.

The authors conclude that the featured practical examples, as well as many other applications, have shown the wide applicability of mathematical models in the field of civil protection and disaster relief.

UJMA

UJMA